

Master Physique fondamentale et applications

Syst. dynamiques et non linéaires - dyn. and N.L. systems

Informations

Composante : Faculté des Sciences

Responsable

Alain POCHEAU

Langue(s) d'enseignement

Anglais

Contenu

Que l'on s'intéresse aux systèmes planétaires (à deux ou trois corps), aux oscillateurs mécaniques (pendule simple), électroniques (Van der Pol) ou vivants (rythme cardiaque), aux dynamiques de population (couples proie-prédateur, épidémies) ou plus généralement aux systèmes Hamiltoniens ou dissipatifs (fluides, plasmas), les mêmes questions de fond émergent quant à leur dynamique : quelles sont les évolutions à long terme attendues ? comment dépendent-elles des conditions initiales ? peut-on les représenter de manière globale et synthétique ? quel est le rôle des fluctuations ? des évolutions de paramètres ?

Ce cours vise à aborder ces questions de manière simple et progressive, en introduisant pas à pas les concepts (point fixe, orbite fermée, portrait de phase, attracteur, ...) et les outils (linéarisation, Jacobien, flots, fonction de Liapunov, théorie des indices, ...) utiles pour les traiter sur les plans fondamentaux et pratiques. Conçu comme une introduction aux systèmes dynamiques, il se bornera aux systèmes temporels de dimension deux.

Le rôle des non-linéarités est tout d'abord souligné en considérant, sur des exemples simples de dynamique à une dimension, les questions d'existence et d'unicité des solutions. Les notions de point fixe et de linéarisation sont alors introduites sur l'exemple du pendule pesant, et les non-linéarités y sont intégrées pour aboutir à son portrait de phase. Des outils globaux géométriques (fonction de Liapunov) ou topologiques (indices de point ou de courbe) sont ensuite introduits. L'ensemble permet alors de déterminer les dynamiques de nombreux systèmes dans des contextes variés.

Plan du cours :

Introduction : variables d'état et représentation canonique; comparaison des propriétés des systèmes linéaires et non-linéaires (existence et unicité des solutions, divergence à temps fini).

Systèmes linéaires : opérateur d'évolution, réduction de Jordan, classification des solutions, modes propres, modes séculaires.

Linéarisation : méthode, opérateur Jacobien, validité.

Portrait de phase : pendule non-linéaire ; systèmes linéaires ; classification des points fixes.

Propriétés des flots : contraction de volume, attracteurs, fonction de Liapunov, systèmes à gradient, domaine de piégeage, orbites fermées (critère de Dulac, théorème de Poincaré-Bendixson), théorie des indices.

Compétences à acquérir

Réduire un système dynamique à sa forme canonique et identifier son vecteur d'état.

Savoir linéariser un système dynamique autour de ses points fixes, déterminer les évolutions dans leur voisinage et identifier leur stabilité.

Savoir analyser globalement un système dynamique, déterminer son portrait de phase, et l'interpréter.

Modalités d'organisation

Le cours alterne des exposés de méthodes générales et des applications à des contextes définis.

Des exercices permettent de se familiariser avec les concepts et de s'entraîner à la mise en pratique des outils.

Dans le dernier tiers du cours, des problèmes portant sur des contextes spécifiques permettent de mettre en œuvre une modélisation, d'appliquer l'ensemble des outils acquis afin de déterminer la dynamique du système, et enfin d'interpréter les résultats obtenus au regard de la problématique initiale. Ils constituent ainsi une synthèse des apprentissages et des acquis.

Bibliographie, lectures recommandées

L'ordre dans le chaos, P. Bergé, Y. Pomeau, C. Vidal, Hermann.

Nonlinear Ordinary Differential Equations, D.W. Jordan and P. Smith, Oxford University Press.

Nonlinear Dynamics and Chaos, S.H. Strogatz, Addison Wesley Publishing Company.

Pré-requis obligatoires

Algèbre linéaire (base, matrice, vecteur propre, valeur propre, polynôme caractéristique).

Calcul différentiel (dérivation, intégration, changement de variable).

Prérequis recommandés

Dynamique newtonienne.

VOLUME HORAIRE

- Volume total: 40 heures
- Cours magistraux: 20 heures
- Travaux dirigés: 20 heures

Codes Apogée

- SPFBU07C [ELP]

Pour plus d'informations

[Aller sur le site de l'offre de formation...](#)



Dernière modification le 18/06/2024