

Master Mathématiques et applications

Déterministe 1 : modélisation et analyse théorique

Informations

Composante : Faculté des Sciences

Responsables

Maxence CASSIER
Florian MONTEGHETTI

Langue(s) d'enseignement

Français

Contenu

- Opérateurs dans les espaces de Hilbert. Domaine d'un opérateur. Opérateurs bornés, fermés à domaine dense. Théorèmes de l'application ouverte et du graphe fermé. Exemples: opérateur de multiplication, Laplacien en domaine borné.
- Spectre d'un opérateur. Définition: spectre ponctuel, résiduel, continu. Opérateur résolvant. Propriétés et exemples.
- Opérateur compact. Définition et spectre. Exemple: opérateur à résolvante compact.
- Opérateur auto-adjoint. Définition. Propriétés du spectre. Théorème spectral dans les cas compact et à résolvante compacte. Application aux séries de Fourier, à une cavité acoustique, aux équation des ondes et de la chaleur dans un domaine borné.
- Si le temps le permet: alternative de Fredholm pour les opérateurs compacts, spectre essentiel d'un opérateur auto-adjoint (caractérisation séquentielle par les suites de Weyl), propriété d'invariance du spectre essentiel par perturbation compacte auto-adjointe, lien entre les opérateurs auto-adjoints bornés inférieurement et les formes hermitiennes et principe du min-max pour un opérateur borné inférieurement, application aux guide d'ondes.

Compétences à acquérir

- être capable de manipuler des concepts tels que la norme et l'orthogonalité dans les espaces de Hilbert
- savoir reconnaître les différents classes d'opérateurs linéaires et utiliser les propriétés principales: borné, fermé, compact, auto-adjoint
- savoir distinguer les différentes parties du spectre d'un opérateur
- comprendre la généralisation du théorème de diagonalisation d'une matrice auto-adjointe en dimension infinie et son lien avec la décomposition modale en physique
- savoir utiliser le principe du min-max pour obtenir des informations sur les valeurs propres
- être capable de définir et de caractériser le spectre essentiel d'un opérateur auto-adjoint.

Modalités d'organisation

Le cours est dispensé à travers des séances de CM et de TD.

Bibliographie, lectures recommandées

- Ouvrages en lien direct avec le contenu de l'UE:
- Haïm Brezis, Analyse fonctionnelle Théorie et applications.
 - Levy-Bruhl, Introduction à la théorie spectrale.
- Ouvrages de référence pour aller (beaucoup) plus loin:
- Robert Dautray, Jacques-Louis Lions. Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology. Volume 3, Spectral Theory and Applications.
 - Michael Reed, Barry Simon. Methods of Modern Mathematical Physics I: Functional Analysis.
 - John B. Conway. A Course in Functional Analysis.

Pré-requis obligatoires

- Algèbre linéaire (spectre d'une matrice, polynôme caractéristique, diagonalisation des matrices auto-adjointes, cas des matrices symétriques, lemme des noyaux, trïgonalisation des matrices à

- coefficients complexes, exponentielle matricielle)
- Espaces de Hilbert (densité, orthogonalité, théorème de Riesz sur les formes linéaires)
- Théorie de bases pour les équations aux dérivées partielles linéaires (Espaces de Sobolev H^k avec k entier, Théorème de Lax-Milgram)

Prérequis recommandés

- Analyse complexe
- Équations différentielles linéaires autonomes dans C^N
- Opérateurs de trace standard (i.e. liés aux conditions de Dirichlet et de Neumann) sur les espaces de Sobolev H^k avec k entier
- Notions de base sur la théorie des distributions (dérivée faible)

VOLUME HORAIRE

- Volume total: 24 heures
- Cours magistraux: 12 heures
- Travaux dirigés: 12 heures

Codes Apogée

- SMADU77C [ELP]

Pour plus d'informations

[Aller sur le site de l'offre de formation...](#)



Dernière modification le 15/07/2024