

# Licence Mathématiques, physique, chimie, informatique

## Mathématiques S2 : algèbre, analyse et probabilités

Responsables	Descriptions	Informations
Nicolas BEDARIDE nicolas.bedaride@univ-amu.fr	Code : SMP2U21	Composante : Faculté des Sciences
Caroline BAUZET caroline.BAUZET@univ-amu.fr	Nature : Unité d'enseignement Domaines : Sciences et Technologies	

### Langue(s) d'enseignement

Français

### Contenu

#### Algèbre (42h):

- **Structures Algébriques (8h) :**  
Groupes, sous-groupes, morphismes. Exemples très élémentaires (Ensembles de nombres, bijections, permutations, fonctions à valeurs dans un groupe). Groupe produit, groupes cycliques. Ordre d'un élément. Définition et exemples d'anneau et de corps (très élémentaires). Définition de l'anneau des polynômes à coefficients dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .
- **Espaces vectoriels (14h) :**  
Définition, exemples et propriétés élémentaires, sous-espaces. Familles libres et liées, sous-espace engendré par une famille. Bases. Coordonnées par rapport à une base. Existence d'une base pour un espace finiment engendré. Dimension. Notion de droite, plan et hyperplan. Rang d'une famille. Théorème de la base incomplète et existence d'une base dans une famille génératrice (en dimension finie). Somme de deux sous-espaces ; somme directe et sous-espaces supplémentaires. Formule de Grassmann.
- **Matrices et applications linéaires (20h) :**
  - Matrices particulières (ligne, colonne, carrée, nulle, ...). Opérations avec les matrices et leurs propriétés. Matrices inversibles, caractérisations, groupe GL. Matrices équivalentes.
  - Systèmes linéaires : Espaces des solutions. Principe de superposition des solutions. Notion de systèmes équivalents. Matrices élémentaires. Matrices échelonnées et totalement échelonnées. Algorithme du pivot de Gauss et application Applications linéaires : Définitions et Exemples généraux. Linéarité de l'inverse d'une application linéaire bijective et de la composée d'applications linéaires. Isomorphisme, endomorphisme et automorphisme, etc. Formes linéaires. Image directe et inverse d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire. Noyau, image et rang. Théorème du rang. Relation entre les différentes notions de rang pour une matrice. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité/bijektivité d'une application linéaire en termes des propriétés des images des familles libres/génératrices. Théorème de détermination d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base.
  - Applications linéaires remarquables (projecteurs et symétries), la transposition comme symétrie de l'espace des matrices carrées et les matrices symétriques comme points fixes, relation entre formes linéaires et hyperplans). L'espace vectoriel des applications linéaires entre deux espaces vectoriels et l'anneau des endomorphismes d'un espace.
  - Matrices d'une application linéaire entre deux espaces de dimension finie par rapport à des bases fixées. Changement de base et matrice de passage. Matrices semblables. Trace d'une matrice carrée comme forme linéaire et invariance par conjugaison.

#### Analyse (42h):

- **Dérivation (8h)**  
Dérivabilité d'une fonction, formule de Leibniz, classe d'une fonction, extremum local, point critique, théorème de Rolle, théorème et inégalités des accroissements finis, fonctions

lipschitziennes, règle de l'Hospital. Propriétés de convexité.

- **Développements limités (4h)**  
Relations de comparaison entre fonctions (domination, prépondérance et équivalence). Retour sur petit  $o$ , grand  $O$  et équivalence. Formule de Taylor-Lagrange, formule de Taylor-Young, DL d'une fonction, DL de fonctions usuelles en 0 à l'ordre  $n$ .
- **Intégrale de Riemann (12h)**  
Continuité uniforme d'une fonction, rappel sur le théorème de Heine, subdivision d'un segment, fonctions en escaliers, critères d'intégrabilité, valeur moyenne d'une fonction, propriété de la moyenne, sommes de Riemann, propriétés de l'intégrale de Riemann (linéarité, positivité, relation de Chasles), fonctions continues par morceaux, intégrale d'une fonction continue par morceaux, théorème de la moyenne, inégalité de Cauchy-Schwarz, intégrale fonction de sa borne supérieure, primitive et formule de Taylor avec reste intégral.
- **Probabilités finies (18h) :**
  - **Dénombrément :** Cardinal d'un ensemble, applications entre ensembles finis, Lemme des tiroirs, arrangements avec et sans répétition, permutations, combinaisons avec et sans répétition, formules de Pascal et du binôme de Newton. Dénombrabilité.
  - **Probabilités finies :** Expérience aléatoire, univers, événements, correspondance entre terminologie ensembliste et probabiliste, probabilité d'un événement, espaces probabilisés, hypothèse d'équiprobabilité, probabilité conditionnelle, formule des probabilités complètes, formule de Bayes, notion d'indépendance d'événements.
  - **Variables Aléatoires Réelles :** Généralités sur les variables aléatoires réelles (loi et fonction de répartition), v.a. à support fini (espérance, théorème de transfert, variance, écart type, indépendance), lois usuelles (uniforme, Bernoulli, binomiale et hypergéométrique), couple de v.a. à support fini (définition, loi conjointe, loi marginale, notion de covariance, coefficient de corrélation linéaire)

### Modalités d'organisation

CM : 28h , TD : 56h, Tutorats : 2

### VOLUME HORAIRE

- Volume total: 84 heures
- Cours magistraux: 28 heures
- Travaux dirigés: 56 heures

### Codes Apogée

- SMP2U21J [ELP]

### M3C

Aucune donnée M3C trouvée

### Pour plus d'informations

[Aller sur le site de l'offre de formation...](#)



Dernière modification le 14/06/2024