Licence Mathématiques
Analyse numérique

Informations

Composante : Faculté des Sciences

Langue(s) d'enseignement

Français

Contenu

1. Approximation d'un nombre (9h CM 12h TD 9h TP)
   - Vitesse de convergence d'une suite réelle, exemples de π et ln(2) ; accélération de convergence.
   - Approximation d'un nombre qui est solution d'une équation : point fixe, Newton.
2. Approximation de fonction (9h CM 12h TD 9h TP)
   - polynômes (Lagrange, Bernstein)
   - polynômes trigonométriques.

Compétences à acquérir

Connaissances du cours

1. On cherche d'abord à savoir comment se comporte une suite convergente : converge-t-elle rapidement ou non ? A l'aide de la croissance comparée entre exponentielle, puissance et logarithme, on sera familier avec le comportement des suites types suivantes : , , k^n, , , k^{2n}, $0 < k < 1$; pour d'autre suites, on aura le réflexe de les situer par rapport à ce type de suites. On saura traiter les suites linéaires d'ordre k via la diagonalisation/jordanisation de la matrice sous-jacente. A l'aide du quotient , on introduira les notions de convergence linéaire ($p = 1$) et quadratique ($p = 2$) et on saura faire le lien avec le nombre de chiffres de Digits de précision que l'on gagne à chaque étape. Pour l'accélération de la convergence, on pourra étudier les méthodes d'Aitken et de Romberg.

   On saura faire le lien entre recherche de zéros et point fixe ; on connaitra l'énoncé du théorème de point fixe ainsi que sa démonstration. Grâce au lien entre constante de Lipschitz et dérivée via le théorème des accroissements finis (provenant d'une formule de Taylor), on verra la dérivation et l'intérêt de la méthode de Newton et fera le lien avec la vitesse de convergence. On verra les caractéristiques de différentes méthodes : convergence lente, mais localisation robuste versus convergence rapide si on est déjà proche de la solution. Divers exemples seront donnés ; en particulier, on verra l'intérêt de méthodes numériques pour la recherche de racines de polynômes.

   Les problèmes multi-dimensionnels ne seront pas abordés ; on privilégiera une maitrise plus approfondie du cas 1D.

2. Pour l'approximation de fonctions, on suppose f connue sur un maillage 1D uniforme ou non et on cherche à obtenir une approximation de la fonction en d'autres points. On étudiera l'interpolation locale de Lagrange, avec construction explicite, erreur en h^{p+1} pour des données régulières, avec p le degré du polynôme utilisé ; on remarquera la perte du principe du maximum lorsque l'on augmente le degré, et la perte de vitesse de convergence lorsque les données sont moins régulières. On considérera le cas équidistant, en mettant en avant le phénomène de Runge, ainsi que l'utilisation des points de Tchebichev pour atténuer ce phénomène. L'utilisation de polynômes de Bernstein avec convergence en norme infinie en 1⁄ sera aussi considérée. Enfin, on verra le cas d'interpolation trigonométrique : construction, lien avec les séries de Fourier et obtention d'une convergence en $O(n^{-r})$ pour r arbitraire pour des données régulières.

Compétences

Savoir faire des exercices en lien avec les notions de cours précédentes.
Faire des TP : implémentation des méthodes numériques ; obtention et interprétation des résultats numériques.

Modalités d'organisation

18h cours, 24h TD, 18h TP

VOLUME HORAIRE

- Volume total: 60 heures
- Cours magistraux: 18 heures
- Travaux dirigés: 24 heures
- Travaux pratiques: 18 heures

Codes Apogée

- SMI6U21C [ELP]
- SMI6U21T [ELP]

Pour plus d'informations

[Aller sur le site de l'offre de formation...]

Dernière modification le 27/02/2025