

Licence Mathématiques

Théorie des groupes

Informations

Composante : Faculté des Sciences

Langue(s) d'enseignement

Français

Contenu

- Définition d'un groupe, d'un sous-groupe, exemples (groupe cyclique, groupe monogène, groupe additif des entiers modulo n , $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$, groupe des racines n -ièmes de l'unité, groupe des permutations de $\{1, \dots, n\}$, éventuellement groupe diédral si le temps le permet). Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$. Groupe produit.
- Morphisme de groupes. Image et image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme. Image et noyau d'un morphisme. Condition d'injectivité.
- Groupe engendré par une partie. Générateurs de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
- Groupe des bijections d'un ensemble. Groupe symétrique S_n . Représentation des permutations sous la forme d'un tableau à deux lignes, composition, inverse. Théorème de Cayley.
- Définitions de transposition, d'un cycle, du support d'une permutation. Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints. Les permutations à supports disjoints commutent. Deux cycles de même longueur sont toujours conjugués. Le groupe S_n est engendré par les transpositions.
- Signature d'une permutation. Groupe alterné.
- Ordre d'un élément, calcul dans les groupes symétriques et les groupes cycliques.
- Si H est un sous-groupe de G , on définit les classes à droite (resp. à gauche). Indice d'un sous-groupe. Exemples pour des sous-groupes de S_3 et S_4 . Théorème de Lagrange (on verra les relations d'équivalence dans le cours qui suit, "Groupes, anneaux, corps"). Application : dans un groupe fini, l'ordre d'un élément divise l'ordre du groupe.

Compétences à acquérir

Connaissances du cours

Les définitions, théorèmes doivent tous être connus parfaitement. Les démonstrations doivent être comprises

Compétences

On attend des étudiants d'être capable de mettre en pratique les notions du cours dans des exemples simples : par exemple calculer l'ordre d'une permutation ou d'un élément dans un groupe fini explicitement donné, de déterminer les générateurs d'un groupe explicitement donné. Au delà de ces aspects calculatoires, on attend aussi des étudiants une compréhension des concepts introduits dans ce cours, et qui seront évalués dans des situations plus formelles que celles des exemples précités.

Modalités d'organisation

12h cours, 18h TD

VOLUME HORAIRE

- Volume total: 30 heures
- Cours magistraux: 12 heures
- Travaux dirigés: 18 heures

Codes Apogée

- SMI5U20L [ELP]

Pour plus d'informations

[Aller sur le site de l'offre de formation...](#)



Dernière modification le 27/02/2025