

# Licence Mathématiques

## Espaces euclidiens et géométrie

### Informations

Composante : Faculté des Sciences

### Langue(s) d'enseignement

Français

### Contenu

#### 1. Rappels sur le plan et l'espace euclidien classique (2 semaines)

1. Le plan euclidien  $\mathbb{R}^2$ . Définition du produit scalaire, de la norme. Liens entre produit scalaire et norme (on admet connue la notion d'angle). Inégalité de Cauchy-Schwarz. Transformations vectorielles du plan (projections orthogonales, réflexions orthogonales et rotations). Notion d'orientation. Lien avec l'utilisation des nombres complexes.

2. L'espace  $\mathbb{R}^3$  euclidien. Produit scalaire, norme. Orientation de l'espace. Endomorphismes remarquables : Projections orthogonales, rotations, symétries orthogonales.

#### 2. Espaces euclidiens "abstraites" (en dimension finie) (7 semaines)

1. Définition générale de produit scalaire. Norme. Inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité triangulaire, identités de polarisation. Orthogonalité pour les vecteurs, les sous-espaces. Orthogonal d'un espace et décompositions en somme directe orthogonale. (2 semaines)

2. Bases orthonormées. Expression du produit scalaire, coordonnées dans une base orthonormale (BON). Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, existence de BON. Exemples de BON (polynômes orthogonaux, etc.). Projections et symétries orthogonales. (2 semaines)

3. Isométries. Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable par une isométrie. Isométries directes. Représentation matricielle dans une BON. Classification des isométries vectorielles en dimension 2 et 3. (3 semaines)

#### 3. Algèbre bilinéaire (3 semaines)

Adjoint d'un endomorphisme (mais on ne parle pas de dualité), endomorphisme auto-adjoint, théorème spectral. Formes quadratiques, formes bilinéaires symétriques, forme polaire, matrice d'une forme quadratique, changement de base.

### Compétences à acquérir

#### Connaissances du cours

Les définitions et les énoncés (théorèmes, propositions, etc ...) doivent être connus parfaitement. Il faut savoir utiliser les définitions pour montrer qu'un objet à la bonne propriété (Montrer qu'une application est un produit scalaire, qu'une famille est une base orthonormée, etc ...).

#### Compétences

##### Aspects calculatoires

Il faut savoir déterminer des produits scalaires et des distances dans le plan et l'espace. Déterminer l'orthogonal d'un sous-espace. Reconnaître une base orthonormée. Savoir utiliser l'algorithme de Gram-Schmidt dans des cas pratiques pour construire une base orthonormée.

Il faut savoir reconnaître les isométries et opérateurs autoadjoints à partir de leur matrice, et dans les cas pertinents (rotations, symétries, projecteurs) calculer les caractéristiques géométriques (axe/angle, miroir, image respectivement).

### Raisonnement

Cette UE donne l'occasion de mettre en pratique dans un cadre géométrique les raisonnements mis en place dans les UE "Algèbre linéaire 1" et "Algèbre linéaire 2" de la L2. Il faut que l'étudiant fasse le lien entre le comportement géométrique des transformations et la théorie de la réduction vue au S4 ; en particulier il faut savoir se placer dans une base adaptée pour résoudre des questions d'ordre général sur des objets ou transformations géométriques.

### Modalités d'organisation

24h de cours, 36h de TD

### VOLUME HORAIRE

- Volume total: 60 heures
- Cours magistraux: 24 heures
- Travaux dirigés: 36 heures

### Codes Apogée

- SMI5U16C [ELP]
- SMI5U16T [ELP]

### Pour plus d'informations

[Aller sur le site de l'offre de formation...](#)



Dernière modification le 27/02/2025