Faculté des Sciences
Aix-Marseille Université

Licence Informatique
Topologie

Responsable	Descriptions	Informations
	Code : SMI6U29	Composante : Faculté des Sciences
	Nature : Unité d'enseignement	
	Domaines : Sciences et Technologies	

LANGUE(S) D'ENSEIGNEMENT

Français

CONTENU

- Espaces métriques, espaces vectoriels normés, ouverts, fermés, intérieur, adhérence. Normes équivalentes dans un espace vectoriel.
- Exemples classiques d'espaces vectoriels normés : $\mathbb{R}^n$, espaces de fonctions (espace des fonctions bornées sur un ensemble X, $(^0(I,\mathbb{R}),\|\cdot\|_\infty)$ avec I intervalle fermé borné de $\mathbb{R}$, $(^0(I,\mathbb{R}),\|\cdot\|_1)$), espaces de suites ($\ell^\infty$, ℓ^1, ℓ^2).
- Limite dans un espace métrique. Limite et adhérence. Limite d'une application.
- Applications continues. Caractérisation séquentielle. Caractérisation en termes d'image inverse d'ouverts et de fermés. Applications lipschitziennes (Cette partie doit être terminée lorsque l'on commencera le calcul différentiel dans l'UE "Intégration de Lebesgue et Calcul différentiel" qui a lieu en parallèle).
- Compacité. Définition (Borel-Lebesgue). Suites extraites et théorème de Bolzano-Weierstrass. Propriétés des compacts.
- Applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés. Norme d'une application linéaire continue. Compacité de la boule unité en dimension finie. Équivalence des normes en dimension finie.
- Espaces complets. Suites de Cauchy. Exemple de $\mathbb{R}$. Exemple des fonctions bornées à valeurs dans $\mathbb{R}$ muni de la norme uniforme. Fermés et complets ; compacts et complets. Espaces de Banach. Théorème du point fixe des applications contractantes et applications.

COMPÉTENCES À ACQUÉRIR

Connaissance du cours

Il est nécessaire de connaître toutes les définitions et les énoncés du cours, et de savoir les illustrer par des exemples. En outre, voici une liste non exhaustive d'énoncés qu'il faudra savoir démontrer ou de notions qu'il faudra maîtriser. Cette liste sera précisée par l'enseignant du cours :

- Maîtriser les opérations booléennes sur les ensembles (union, intersection, complémentaire) et leur comportement par image directe et par image réciproque par une application.
- Sur $\mathbb{R}^2$ les normes $\|\ \|_1$, $\|\ \|_2$, $\|\ \|_\infty$ sont des normes, et elles sont équivalentes.
- Dans l'espace des fonctions continues $([0;1],\mathbb{R})$, les normes $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ et $\|\cdot\|_\infty$ sont bien des normes. Savoir les comparer.
- Propriétés élémentaires des ouverts (stabilité par union, intersection finie) et fermés dans un espace métrique ; caractérisation séquentielle des fermés.
- $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.
- Une fonction est continue si et seulement si l'image réciproque de tout ouvert (resp. fermé) est un ouvert (resp. un fermé).
- Deux normes équivalentes définissent les mêmes ouverts et les mêmes fermés.
- Deux normes équivalentes définissent les mêmes fonctions continues.
- La distance est une application lipschitzienne donc continue.
- Caractérisation séquentielle de la continuité.
- Une fonction lipschitzienne est uniformément continue.
- L'image continue d'un compact est compacte.
- Un compact est fermé-borné.
- Un fermé dans un compact est compact.
- Une partie compacte d'un espace vectoriel normé est complète
- Une suite de Cauchy qui a une sous-suite convergente est convergente.

Compétences

- Maîtrise des concepts fondamentaux de la topologie générale, tels que les espaces métriques, les espaces vectoriels normés, les ouverts, les fermés, l'intérieur, l'adhérence, les normes équivalentes, les limites, les applications continues, la compacité, les espaces complets, etc.
- Capacité à démontrer les propriétés et théorèmes de base en topologie, ainsi qu'à les appliquer dans des contextes variés.
- Compétence dans la manipulation des espaces vectoriels normés, notamment la compréhension des exemples classiques, tels que $\mathbb{R}^n$, les espaces de fonctions, les espaces de suites, etc.
- Aptitude à caractériser et à étudier les propriétés des applications continues, des espaces compacts et des espaces complets.
- Maîtrise des techniques de démonstration en topologie, notamment la caractérisation séquentielle, les arguments de compacité, les preuves par l'absurde, etc.
- Capacité à comparer et à utiliser différentes normes sur un même espace, ainsi qu'à comprendre les implications des équivalences entre normes.

MODALITÉS D'ORGANISATION

24h cours, 36h TD

VOLUME HORAIRE

- Volume total: 60 heures
- Cours magistraux: 24 heures
- Travaux dirigés: 36 heures

CODES APOGÉE

- Aucune valeur définie.

M3C

Aucune donnée M3C trouvée

POUR PLUS D'INFORMATIONS

[Aller sur le site de l'offre de formation...]

Dernière modification le 13/06/2024